

2.1

- a) Kun pääomaan lisätään 1,05 %:n korko, niin korkokerroin on $100 \% + 1,05 \% = 101,05 \% = 1,0105$. Lasketaan pääoma viiden vuoden kuluttua.

$$K_5 = 55\,000 \cdot 1,0105^5 \\ \approx 57\,948,78 \text{ (€)}$$

$$K_n = Kq^n, \text{ missä } K = 55\,000, \\ q = 1,0105 \text{ ja } n = 5.$$

Pääoma kasvaa viidessä vuodessa 57 948,78 euroksi.

- b) Merkitään vuosien lukumäärää kirjaimella n ja muodostetaan lauseke pääomalle.

$$K_n = 55\,000 \cdot 1,0105^n$$

$$K_n = Kq^n, \\ \text{missä } K = 55\,000 \text{ ja } q = 1,0105.$$

Ratkaistaan, kuinka monen vuoden kuluttua pääoman suuruus on 70 000 euroa.

$$55\,000 \cdot 1,0105^n = 70\,000$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$n \approx 23,1$$

Pääoman arvo ylittää 74 000 euroa 24 vuoden kuluttua.

- c) Merkitään korkokerrointa kirjaimella q ja muodostetaan lauseke pääomalle.

$$K_n = 55\,000 \cdot q^{20}$$

$$K_n = Kq^n,$$

missä $K = 55\,000$ ja $n = 20$.

Ratkaistaan, millä korkokertoimella pääoma olisi 20 vuoden kuluttua 70 000 euroa.

$$55\,000 \cdot q^{20} = 70\,000$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$q \approx -1,01213 \text{ tai } q \approx 1,01213$$

Korkokerroin on positiivinen luku, joten $q = 1,01213 = 101,213 \%$.

Koska tilillä pitää olla vähintään 70 000 euroa, pyöristetään korkokanta ylöspäin.

Nettokorkokannan tulisi olla vähintään 1,22 %.

$$101,213\% - 100\% = 1,213\%$$

Vastaus

- a) 57 948,78 €
- b) 24 vuoden
- c) 1,22 %

2.2

- a) Lasketaan tilin nettokorkokanta.

$$0,70 \cdot 2,20 \% = 1,54 \%$$

Kun pääomaan lisätään 1,54 %:n nettokorko, niin korkokerroin on $100 \% + 1,54 \% = 101,54 \% = 1,0154$. Lasketaan pääoma seitsemän vuoden kuluttua.

$$K_7 = 8000 \cdot 1,0154^7$$

$$\approx 8903,28 \text{ (€)}$$

$$K_n = Kq^n, \text{ missä } K = 8000,$$

$$q = 1,0154 \text{ ja } n = 7.$$

Talletus kasvaa seitsemässä vuodessa 8903,28 euroksi.

- b) Merkitään vuosien lukumäärää kirjaimella n ja muodostetaan lauseke talletuksen arvolle.

$$K_n = 8000 \cdot 1,0154^n$$

$$K_n = Kq^n,$$

$$\text{missä } K = 8000 \text{ ja } q = 1,0154.$$

Ratkaistaan, kuinka monen vuoden kuluttua talletuksen arvo on 10 000 euroa.

$$8000 \cdot 1,0154^n = 10\,000$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$n \approx 14,6$$

Talletuksen arvo ylittää 10 000 euroa 15 vuodessa.

Vastaus

a) 8903,28 €

b) 15 vuodessa

2.3

Ratkaistaan tehtävä LibreOfficen Calc-ohjelmalla.

Kirjoitetaan sarakkeeseen A talletukset. Ensimmäisen talletuksen talletusaika on viisi vuotta, toisen neljä vuotta ja niin edelleen. Viimeisen talletuksen talletusaika on kaksi vuotta.

Kirjoitetaan sarakkeeseen B kunkin talletuksen talletusaika vuosina.

Lasketaan soluun C2 ensimmäisen talletuksen arvo viiden vuoden kuluttua ensimmäisestä talletuksesta ja kopioidaan kaavaa soluihin C3–C5. Tilin nettokorkokanta on 1,54 %, joten korkokerroin $q = 100 \% + 1,54 \% = 101,54 \% = 1,0154$.

| | A | B | C |
|---|--------------|------------------|------------------------------|
| 1 | Talletus (€) | Talletusaika (v) | Talletuksen arvo lopussa (€) |
| 2 | 5000 | 5 | =A2*1,0154^B2 |
| 3 | 5000 | 4 | |
| 4 | 5000 | 3 | |
| 5 | 5000 | 2 | |

$$K_n = Kq^n$$

Ilmaistaan kasvaneet pääomat sentin tarkkuudella. Lasketaan lopuksi pääomien summa soluun C6.

| | A | B | C |
|---|--------------|------------------|------------------------------|
| 1 | Talletus (€) | Talletusaika (v) | Talletuksen arvo lopussa (€) |
| 2 | 5000 | 5 | 5397,04 |
| 3 | 5000 | 4 | 5315,19 |
| 4 | 5000 | 3 | 5234,58 |
| 5 | 5000 | 2 | 5155,19 |
| 6 | | Yhteensä | 21101,99 |

$$=\text{SUMMA}(\text{C2:C5})$$

Tilillä on rahaa viiden vuoden kuluttua 21 101,99 €.

Vastaus

21 101,99 €

2.4

Ratkaistaan tehtävä LibreOfficen Calc-ohjelmalla.

Kirjoitetaan sarakkeeseen A talletukset. Ensimmäisen talletuksen talletusaika on seitsemän vuotta, toisen kuusi vuotta ja niin edelleen. Viimeisen talletuksen talletusaika on kolme vuotta.

Kirjoitetaan sarakkeeseen B kunkin talletuksen talletusaika vuosina.

Lasketaan soluun C2 ensimmäisen talletuksen arvo seitsemän vuoden kuluttua ensimmäisestä talletuksesta ja kopioidaan kaavaa soluihin C3–C6. Tilin nettokorkokanta on $0,70 \cdot 1,60 \% = 1,12 \%$, joten korkokerroin $q = 100 \% + 1,12 \% = 101,12 \% = 1,0112$.

| | A | B | C |
|---|--------------|------------------|------------------------------|
| 1 | Talletus (€) | Talletusaika (v) | Talletuksen arvo lopussa (€) |
| 2 | 3000 | 7 | =A2*1,0112^B2 |
| 3 | 3000 | 6 | |
| 4 | 3000 | 5 | |
| 5 | 3000 | 4 | |
| 6 | 3000 | 3 | |

$$K_n = Kq^n$$

Ilmaistaan kasvaneet pääomat sentin tarkkuudella. Lasketaan lopuksi pääomien summa soluun C7.

| | A | B | C |
|---|--------------|------------------|------------------------------|
| 1 | Talletus (€) | Talletusaika (v) | Talletuksen arvo lopussa (€) |
| 2 | 3000 | 7 | 3243,25 |
| 3 | 3000 | 6 | 3207,33 |
| 4 | 3000 | 5 | 3171,81 |
| 5 | 3000 | 4 | 3136,67 |
| 6 | 3000 | 3 | 3101,93 |
| 7 | | Yhteensä | 15861,00 |

$$=\text{SUMMA}(C2:C6)$$

Tilillä on rahaa seitsemän vuoden kuluttua 15 861,00 €. Rahasumma ei ylitä 16 000 €.

Vastaus

ei ylitä

2.5

Lasketaan syntymäpäivälahjojen nykyarvot.

Vuoden kuluttua annettavan lahjan nykyarvo on

$$100 \cdot 1,0119^{-1} \approx 98,82 \text{ (€)}. \quad K_1 = 100, \quad q = 1,0119 \text{ ja } n = 1$$

Kahden vuoden kuluttua annettavan lahjan nykyarvo on

$$200 \cdot 1,0119^{-2} \approx 195,32 \text{ (€)}. \quad K_2 = 200, \quad q = 1,0119 \text{ ja } n = 2$$

Kolmen vuoden kuluttua annettavan lahjan nykyarvo on

$$300 \cdot 1,0119^{-3} \approx 289,54 \text{ (€)}. \quad K_3 = 300, \quad q = 1,0119 \text{ ja } n = 3$$

Neljän vuoden kuluttua annettavan lahjan nykyarvo on

$$400 \cdot 1,0119^{-4} \approx 381,51 \text{ (€)}. \quad K_4 = 400, \quad q = 1,0119 \text{ ja } n = 4$$

Lasketaan lahjojen nykyarvojen summa.

$$98,82 + 195,32 + 289,54 + 381,51 = 965,19 \text{ (€)}$$

Pääoman tulee olla vähintään 966 €.

Vastaus

966 €

2.6

Lasketaan stipendien nykyarvot.

Vuoden kuluttua annettavien stipendien nykyarvo on

$$200 \cdot 1,0149^{-1} \approx 197,06 \text{ (€)}. \quad K_1 = 200, \quad q = 1,0149 \text{ ja } n = 1$$

Kahden vuoden kuluttua annettavien stipendien nykyarvo on

$$300 \cdot 1,0149^{-2} \approx 291,26 \text{ (€)}. \quad K_2 = 300, \quad q = 1,0149 \text{ ja } n = 2$$

Kolmen vuoden kuluttua annettavien stipendien nykyarvo on

$$400 \cdot 1,0149^{-3} \approx 382,64 \text{ (€)}. \quad K_3 = 400, \quad q = 1,0149 \text{ ja } n = 3$$

Neljän vuoden kuluttua annettavien stipendien nykyarvo on

$$500 \cdot 1,0149^{-4} \approx 471,28 \text{ (€)}. \quad K_4 = 500, \quad q = 1,0149 \text{ ja } n = 4$$

Viiden vuoden kuluttua annettavien stipendien nykyarvo on

$$600 \cdot 1,0149^{-5} \approx 557,23 \text{ (€)}. \quad K_5 = 600, \quad q = 1,0149 \text{ ja } n = 5$$

Lasketaan stipendien nykyarvojen summa.

$$197,06 + 291,26 + 382,64 + 471,28 + 557,23 = 1899,47 \text{ (€)}$$

Alkupääoma 1900 € on riittävä.

Vastaus

on

2.7

Lasketaan pääoman arvo neljän vuoden kuluttua.

$$2500 \cdot 1,0290 \cdot 1,0270 \cdot 1,0260 \cdot 1,0260 = 2781,13 \text{ (€)}$$

pääoma 1. vuoden
jälkeen

pääoma 2. vuoden jälkeen

pääoma 3. vuoden jälkeen

Vastaus

2781,13 €

2.8

Merkitään korkokerrointa kirjaimella q ja muodostetaan lauseke pääomalle 18 vuoden kuluttua.

$$K_{18} = 1000 \cdot q^{18} \qquad K_n = Kq^n, \text{ missä } K = 1000 \text{ ja } n = 18.$$

Ratkaistaan, millä korkokertoimella pääoma olisi 18 vuoden kuluttua 1839,45 €.

$$1000 \cdot q^{18} = 1839,45 \qquad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella-}$$
$$q \approx -1,03443 \text{ tai } q \approx 1,03443$$

Korkokerroin on positiivinen luku, joten $q \approx 1,03443 = 103,443 \%$. Koska tilillä pitää olla vähintään 1839,45 euroa, pyöristetään korkokanta ylöspäin.

Kiinteän nettokorkokannan tulisi olla vähintään 3,45 %.

Huomaa, että tehtävän voi ratkaista myös diskonttauksella.

Vastaus

3,45 %

2.9

Sijoitusaika vuosina on $18 - 10 = 8$.

Lasketaan sijoituksen nykyarvo K diskonttauksella.

$$\begin{aligned} K &= 9000 \cdot 1,023^{-8} & K &= K_n q^{-n}, \text{ missä } n = 8, \\ &\approx 7503,04 \text{ (€)} & K_8 &= 9000, \text{ ja } q = 1,023. \end{aligned}$$

Euron tarkkuudella sijoituksen tulisi olla vähintään 7504 €.

Huomaa, että tehtävän voi ratkaista myös koronkoron kaavalla.

Vastaus

7504 €

2.10

Jotta investoinnin kannattavuutta voidaan arvioida, kaikki tarkasteltavat pääomat on tuotava samaan ajankohtaan. Lasketaan vuosittaisten lisätulojen nykyarvot.

Ratkaistaan tehtävä LibreOfficen Calc-ohjelmalla.

Kirjoitetaan sarakkeeseen A vuosittaisten lisätulojen arvo.

Kirjoitetaan sarakkeeseen B vuosien järjestysluvut. Lasketaan soluun C2 ensimmäisen vuoden lisätulon nykyarvo ja kopioidaan kaavaa soluihin C3–C9. Investoinnin tuottovaatimus on 10,0 %, joten korkokerroin $q = 100 \% + 10,0 \% = 110,0 \% = 1,100$.

| | A | B | C |
|---|------------|-------|---------------|
| 1 | Tuotto (€) | Vuosi | Nykyarvo (€) |
| 2 | 35000 | 1 | =A2*1,100^-B2 |
| 3 | 35000 | 2 | |
| 4 | 35000 | 3 | |
| ⋮ | | ⋮ | |
| 9 | 35000 | 8 | |

$$K = K_n q^{-n}$$

Ilmaistaan nykyarvo euron tarkkuudella. Lasketaan lopuksi nykyarvojen summa soluun C10.

| | A | B | C |
|----|------------|-----------------|--------------|
| 1 | Tuotto (€) | Vuosi | Nykyarvo (€) |
| 2 | 35000 | 1 | 31818 |
| 3 | 35000 | 2 | 28926 |
| 4 | 35000 | 3 | 26296 |
| 5 | 35000 | 4 | 23905 |
| 6 | 35000 | 5 | 21732 |
| 7 | 35000 | 6 | 19757 |
| 8 | 35000 | 7 | 17961 |
| 9 | 35000 | 8 | 16328 |
| 10 | | Yhteensä | 186722 |

Vuosittaisten lisätulojen nykyarvo 186 722 € on pienempi kuin maansiirtokoneen hankintakustannus 190 000 €. Investointi ei ole kannattava.

Vastaus

ei ole

2.11

- a) Kun pääomaan lisätään 1,75 %:n korko, niin korkokerroin on $100 \% + 1,75 \% = 101,75 \% = 1,0175$. Lasketaan pääoma viiden vuoden kuluttua.

$$K_5 = 67\,000 \cdot 1,0175^5 \qquad K_n = Kq^n, \text{ missä } K = 67\,000, \\ \approx 73\,071,31 \text{ (€)} \qquad q = 1,0175 \text{ ja } n = 5.$$

Pääoma kasvaa viidessä vuodessa 73 071,31 euroksi.

- b) Merkitään vuosien lukumäärää kirjaimella n ja muodostetaan lauseke pääomalle.

$$K_n = 67\,000 \cdot 1,0175^n \qquad K_n = Kq^n, \\ \text{missä } K = 67\,000 \text{ ja } q = 1,0175.$$

Ratkaistaan, kuinka monen vuoden kuluttua pääoman suuruus on 85 000 euroa.

$$67\,000 \cdot 1,0175^n = 85\,000 \qquad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.} \\ n \approx 13,7$$

Pääoman arvo ylittää 85 000 euroa 14 vuoden kuluttua.

- c) Merkitään korkokerrointa kirjaimella q ja muodostetaan lauseke pääomalle.

$$K_n = 67\,000 \cdot q^{10}$$

$$K_n = Kq^n,$$

missä $K = 67\,000$ ja $n = 10$.

Ratkaistaan, millä korkokertoimella pääoma olisi 10 vuoden kuluttua 85 000 euroa.

$$67\,000 \cdot q^{10} = 85\,000$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$q \approx -1,02408 \text{ tai } q \approx 1,02408$$

Korkokerroin on positiivinen luku, joten $q = 1,02408 = 102,408 \%$.

Koska tilillä pitää olla vähintään 85 000 euroa, pyöristetään korkokanta ylöspäin.

Nettokorkokannan tulisi olla vähintään 2,41 %.

$$102,408\% - 100\% = 2,408\%$$

Vastaus

a) 73 071,31 €

b) 14 vuoden

c) 2,41 %

2.12

- a) Lasketaan tilin nettokorkokanta.

$$0,70 \cdot 1,20 \% = 0,84 \%$$

Kun pääomaan lisätään 0,84 %:n nettokorko, niin korkokerroin on $100 \% + 0,84 \% = 100,84 \% = 1,0084$. Lasketaan pääoma 12 vuoden kuluttua.

$$K_{12} = 10\,000 \cdot 1,0084^{12} \\ \approx 11\,055,90 \text{ (€)}$$

$$K_n = Kq^n, \text{ missä } K = 10\,000, \\ q = 1,0084 \text{ ja } n = 12.$$

Talletus kasvaa 12 vuodessa 11 055,90 euroksi.

- b) Merkitään vuosien lukumäärää kirjaimella n ja muodostetaan lauseke talletuksen arvolle.

$$K_n = 10\,000 \cdot 1,0084^n$$

$$K_n = Kq^n, \\ \text{missä } K = 10\,000 \text{ ja } q = 1,0084.$$

Ratkaistaan, kuinka monen vuoden kuluttua talletuksen arvo on 12 000 euroa.

$$10\,000 \cdot 1,0084^n = 12\,000$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$n \approx 21,8$$

Talletuksen arvo ylittää 12 000 euroa 22 vuodessa.

Vastaus

a) 11 055,90 €

b) 22 vuodessa

2.13

Ratkaistaan tehtävä LibreOfficen Calc-ohjelmalla.

Kirjoitetaan sarakkeeseen A talletukset. Ensimmäisen talletuksen talletusaika on kuusi vuotta, toisen viisi vuotta ja niin edelleen. Viimeisen talletuksen talletusaika on kaksi vuotta.

Kirjoitetaan sarakkeeseen B kunkin talletuksen talletusaika vuosina.

Lasketaan soluun C2 ensimmäisen talletuksen arvo viiden vuoden kuluttua ensimmäisestä talletuksesta ja kopioidaan kaavaa soluihin C3–C6. Tilin nettokorkokanta on 1,47 %, joten korkokerroin $q = 100 \% + 1,47 \% = 101,47 \% = 1,0147$.

| | A | B | C |
|---|--------------|------------------|------------------------------|
| 1 | Talletus (€) | Talletusaika (v) | Talletuksen arvo lopussa (€) |
| 2 | 3000 | 6 | =A2*1,0147^B2 |
| 3 | 3000 | 5 | |
| 4 | 3000 | 4 | |
| 5 | 3000 | 3 | |
| 6 | 3000 | 2 | |

$$K_n = Kq^n$$

Ilmaistaan kasvaneet pääomat sentin tarkkuudella. Lasketaan lopuksi pääomien summa soluun C7.

| | A | B | C |
|---|--------------|------------------|------------------------------|
| 1 | Talletus (€) | Talletusaika (v) | Talletuksen arvo lopussa (€) |
| 2 | 3000 | 6 | 3274,52 |
| 3 | 3000 | 5 | 3227,08 |
| 4 | 3000 | 4 | 3180,33 |
| 5 | 3000 | 3 | 3134,25 |
| 6 | 3000 | 2 | 3088,85 |
| 7 | | Yhteensä | 15905,03 |

$$=SUMMA(C2:C6)$$

Tilillä on rahaa kuuden vuoden kuluttua 15 905,03 €.

Vastaus

15 905,03 €

2.14

Ratkaistaan tehtävä LibreOfficen Calc-ohjelmalla.

Kirjoitetaan sarakkeeseen A talletukset. Ensimmäisen talletuksen talletusaika on kuusi vuotta, toisen viisi vuotta ja niin edelleen. Viimeisen talletuksen talletusaika on kolme vuotta.

Kirjoitetaan sarakkeeseen B kunkin talletuksen talletusaika vuosina.

Lasketaan soluun C2 ensimmäisen talletuksen arvo kuuden vuoden kuluttua ensimmäisestä talletuksesta ja kopioidaan kaavaa soluihin C3–C5. Tilin nettokorkokanta on $0,70 \cdot 1,50 \% = 1,05 \%$, joten korkokerroin $q = 100 \% + 1,05 \% = 101,05 \% = 1,0105$.

| | A | B | C |
|---|--------------|------------------|------------------------------|
| 1 | Talletus (€) | Talletusaika (v) | Talletuksen arvo lopussa (€) |
| 2 | 1500 | 6 | =A2*1,0105^B2 |
| 3 | 2000 | 5 | |
| 4 | 3500 | 4 | |
| 5 | 5500 | 3 | |

$$K_n = Kq^n$$

Ilmaistaan kasvaneet pääomat sentin tarkkuudella. Lasketaan lopuksi pääomien summa soluun C6.

| | A | B | C |
|---|--------------|------------------|------------------------------|
| 1 | Talletus (€) | Talletusaika (v) | Talletuksen arvo lopussa (€) |
| 2 | 1500 | 7 | 1597,02 |
| 3 | 2000 | 6 | 2107,23 |
| 4 | 3500 | 5 | 3649,33 |
| 5 | 5500 | 4 | 5675,08 |
| 6 | | Yhteensä | 13028,65 |

$$=\text{SUMMA}(\text{C2:C6})$$

Tilillä on rahaa kuuden vuoden kuluttua 13 028,65 €. Rahasumma ylittää 13 000 €.

Vastaus
ylittää

2.15

Lasketaan stipendien nykyarvot.

Vuoden kuluttua annettavien stipendien nykyarvo on

$$400 \cdot 1,0175^{-1} \approx 393,12 \text{ (€)}. \quad K_1 = 400, \quad q = 1,0175 \text{ ja } n = 1$$

Kahden vuoden kuluttua annettavien stipendien nykyarvo on

$$300 \cdot 1,0175^{-2} \approx 289,77 \text{ (€)}. \quad K_2 = 300, \quad q = 1,0175 \text{ ja } n = 2$$

Kolmen vuoden kuluttua annettavien stipendien nykyarvo on

$$200 \cdot 1,0175^{-3} \approx 189,86 \text{ (€)}. \quad K_3 = 200, \quad q = 1,0175 \text{ ja } n = 3$$

Neljän vuoden kuluttua annettavien stipendien nykyarvo on

$$100 \cdot 1,0175^{-4} \approx 93,30 \text{ (€)}. \quad K_4 = 100, \quad q = 1,0175 \text{ ja } n = 4$$

Lasketaan stipendien nykyarvojen summa.

$$393,12 + 289,77 + 189,86 + 93,30 = 966,05 \text{ (€)}$$

Lahjoituksen tulee olla vähintään 967 €.

Vastaus

967 €

2.16

Lasketaan syntymäpäivälahjojen nykyarvot. Talletuksen nettokorkokanta on $0,70 \cdot 2,3 \% = 1,61 \%$.

12 vuoden kuluttua annettavan lahjan nykyarvo on

$$1200 \cdot 1,0161^{-12} \approx 990,70 \text{ (€)}. \quad K_{12} = 1200, \quad q = 1,0161 \text{ ja } n = 12$$

13 vuoden kuluttua annettavan lahjan nykyarvo on

$$1300 \cdot 1,0161^{-13} \approx 1056,26 \text{ (€)}. \quad K_{13} = 1300, \quad q = 1,0161 \text{ ja } n = 13$$

14 vuoden kuluttua annettavan lahjan nykyarvo on

$$1400 \cdot 1,0161^{-14} \approx 1119,48 \text{ (€)}. \quad K_{14} = 1400, \quad q = 1,0161 \text{ ja } n = 14$$

15 vuoden kuluttua annettavan lahjan nykyarvo on

$$1500 \cdot 1,0161^{-15} \approx 1180,44 \text{ (€)}. \quad K_{15} = 1500, \quad q = 1,0161 \text{ ja } n = 15$$

Lasketaan lahjojen nykyarvojen summa.

$$990,70 + 1056,26 + 1119,48 + 1180,44 = 4346,88 \text{ (€)}$$

Pääoman tulee olla vähintään 4347 €.

Vastaus

4347 €

2.17

Jotta investoinnin kannattavuutta voidaan arvioida, kaikki tarkasteltavat pääomat on tuotava samaan ajankohtaan. Lasketaan vuosittaisten lisätulojen nykyarvot.

Ratkaistaan tehtävä LibreOfficen Calc-ohjelmalla.

Kirjoitetaan sarakkeeseen A vuosittaisten lisätulojen arvo.

Kirjoitetaan sarakkeeseen B vuosien järjestysluvut. Lasketaan soluun C2 ensimmäisen vuoden lisätulon nykyarvo ja kopioidaan kaavaa soluihin C3–C6. Investoinnin tuottovaatimus on 12,0 %, joten korkokerroin $q = 100 \% + 12,0 \% = 112,0 \% = 1,120$.

| | A | B | C |
|---|------------|-------|---------------|
| 1 | Tuotto (€) | Vuosi | Nykyarvo (€) |
| 2 | 30000 | 1 | =A2*1,120^-B2 |
| 3 | 30000 | 2 | |
| 4 | 20000 | 3 | |
| 5 | 20000 | 4 | |
| 6 | 20000 | 5 | |

$$K = K_n q^{-n}$$

Ilmaistaan nykyarvo euron tarkkuudella. Lasketaan lopuksi nykyarvojen summa soluun C7.

| | A | B | C |
|---|------------|-----------------|--------------|
| 1 | Tuotto (€) | Vuosi | Nykyarvo (€) |
| 2 | 30000 | 1 | 26786 |
| 3 | 30000 | 2 | 23916 |
| 4 | 20000 | 3 | 14236 |
| 5 | 20000 | 4 | 12710 |
| 6 | 20000 | 5 | 11349 |
| 7 | | Yhteensä | 88996 |

Vuosittaisten lisätulojen nykyarvo 88 996 € on pienempi kuin investoinnin alkukustannus 95 000 €. Investointi ei ole kannattava.

Vastaus
ei ole

2.18

- a) Tietokoneesta maksetaan 12 kuukauden ajan
 $92,59 \text{ €} + 3,90 \text{ €} = 96,49 \text{ €}$ kuukaudessa.
Tietokoneen lopullinen hinta on $12 \cdot 96,49 \text{ €} = 1157,88 \text{ €}$.
- b) Osamaksun todellinen vuosikorko lasketaan diskonttaamalla jokainen osamaksuerä ostohetkeen käyttäen todellista vuosikorkoa vastaavaa korkokerrointa q . Korkokerroin q ratkaistaan käyttäen tietoa, että ostohetkeen diskontattujen osamaksuerien summan tulee olla yhtä suuri kuin tuotteen alkuperäinen hinta.

Huomioidaan osamaksuerässä myös kuukausimaksu 3,90 €.

Osamaksuerä on siis 96,49 € kuukaudessa. Yksi kuukausi on $\frac{1}{12}$ vuotta.

| Erä | Osamaksuerän ostohetkeen diskontattu arvo (€) |
|----------|---|
| 1 | $96,49 \cdot q^{-\frac{1}{12}}$ |
| 2 | $96,49 \cdot q^{-\frac{2}{12}}$ |
| 3 | $96,49 \cdot q^{-\frac{3}{12}}$ |
| \vdots | \vdots |
| 11 | $96,49 \cdot q^{-\frac{11}{12}}$ |
| 12 | $96,49 \cdot q^{-\frac{12}{12}}$ |

Muodostetaan osamaksuerien summa ja merkitään se yhtä suureksi tuotteen alkuperäisen hinnan kanssa. Ratkaistaan q CAS laskimella.

$$96,49 \cdot q^{-\frac{1}{12}} + 96,49 \cdot q^{-\frac{2}{12}} + 96,49 \cdot q^{-\frac{3}{12}} + \dots + 96,49 \cdot q^{-\frac{12}{12}} = 1000$$

$$q \approx 1,318$$

Todellinen vuosikorko on 31,8 %.

Vastaus

a) 1157,88 €

b) 31,8 %

2.19

Ratkaistaan tehtävä LibreOfficen Calc-ohjelmalla.

Kirjoitetaan sarakkeeseen A vuoden järjestysnumero. Järjestysnumeroita voidaan kirjoittaa esimerkiksi vuoteen 10 saakka.

Kirjoitetaan soluun B2 ensimmäisen talletuksen arvo 1200.

Lasketaan soluun C2 ensimmäisen talletuksen arvo vuoden lopussa ja kopioidaan kaavaa sarakkeessa C alaspäin. Tilin nettokorkokanta on 2,16 %, joten korkokerroin $q = 100 \% + 2,16 \% = 102,16 \% = 1,0216$.

Lasketaan sarakkeeseen B3 talletuksen arvo 2. vuoden alussa uuden talletuksen jälkeen. Kopioidaan kaavaa sarakkeessa B alaspäin.

| | A | B | C |
|---|-------|------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | Vuosi | Talletuksen arvo vuoden alussa (€) | Talletuksen arvo vuoden lopussa (€) |
| 2 | 1 | 1200,00 | =B2*1,0216 |
| 3 | 2 | =C2 + 1200,00 | |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |

| | A | B | C |
|----|-------|------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | Vuosi | Talletuksen arvo vuoden alussa (€) | Talletuksen arvo vuoden lopussa (€) |
| 2 | 1 | 1200,00 | 1225,92 |
| 3 | 2 | 2425,92 | 2478,32 |
| 4 | 3 | 3678,32 | 3757,77 |
| 5 | 4 | 4957,77 | 5064,86 |
| 6 | 5 | 6264,86 | 6400,18 |
| 7 | 6 | 7600,18 | 7764,34 |
| 8 | 7 | 8964,34 | 9157,97 |
| 9 | 8 | 10357,97 | 10581,71 |
| 10 | 9 | 11781,71 | 12036,19 |
| 11 | 10 | 13236,19 | 13522,09 |

Havaitaan, että tilillä on yli 10 000 euroa 8. vuoden alussa eli 7 vuoden kuluttua ensimmäisestä talletuksesta. Tilillä on tällöin rahaa 10 357,97 €.

Vastaus

7 vuoden kuluttua 10 357,97 €

2.20

Ratkaistaan tehtävä LibreOfficen Calc-ohjelmalla.

Kirjoitetaan soluun A2 vuosi 1993.

Kirjoitetaan soluun B2 säätiön pääoman arvo vuoden 1993 alussa.

Lasketaan soluun C2 säätiön pääoman tuotto.

Lasketaan soluun D2 apurahan osuus pääoman tuotosta.

Lasketaan soluun E2 säätiön pääoman arvo vuoden 1993 lopussa.

Kirjoitetaan soluun A3 vuosi 1994.

Kopioidaan soluun B3 solun E2 sisältö.

Kopioidaan kaavoja sarakkeissa A–E alaspäin, kunnes pääoman arvo vuoden lopussa ylittää 20 miljoona markkaa.

| | A | B | C | D | E |
|---|-------|-------------------------------|-------------------|--------------------|--------------------------------|
| 1 | Vuosi | Arvo vuoden alussa (milj. mk) | Tuotto (milj. mk) | Apuraha (milj. mk) | Arvo vuoden lopussa (milj. mk) |
| 2 | 1993 | 10 | =0,10*B2 | =C2/2 | =B2+C2/2 |
| 3 | 1994 | =E2 | | | |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | | | ⋮ |

| | A | B | C | D | E |
|----|-------|--|----------------------|-----------------------|---|
| 1 | Vuosi | Arvo vuoden alussa (milj. mk) | Tuotto (milj. mk) | Apuraha (milj. mk) | Arvo vuoden lopussa (milj. mk) |
| 2 | 1993 | 10 | 1 | 0,5 | 10,5 |
| 3 | 1994 | 10,5 | 1,05 | 0,525 | 11,025 |
| 4 | 1995 | 11,025 | 1,1025 | 0,55125 | 11,57625 |
| 5 | 1996 | 11,57625 | 1,157625 | 0,5788125 | 12,1550625 |
| 6 | 1997 | 12,1550625 | 1,21550625 | 0,607753125 | 12,76281563 |
| 7 | 1998 | 12,76281563 | 1,276281563 | 0,638140781 | 13,40095641 |
| 8 | 1999 | 13,40095641 | 1,340095641 | 0,67004782 | 14,07100423 |
| 9 | 2000 | 14,07100423 | 1,407100423 | 0,703550211 | 14,77455444 |
| 10 | 2001 | 14,77455444 | 1,477455444 | 0,738727722 | 15,51328216 |
| 11 | 2002 | 15,51328216 | 1,551328216 | 0,775664108 | 16,28894627 |
| 12 | 2003 | 16,28894627 | 1,628894627 | 0,814447313 | 17,10339358 |
| 13 | 2004 | 17,10339358 | 1,710339358 | 0,855169679 | 17,95856326 |
| 14 | 2005 | 17,95856326 | 1,795856326 | 0,897928163 | 18,85649142 |
| 15 | 2006 | 18,85649142 | 1,885649142 | 0,942824571 | 19,79931599 |
| 16 | 2007 | 19,79931599 | 1,979931599 | 0,9899658 | 20,78928179 |

Havaitaan, että pääoma on kaksinkertaistunut vuoden 2007 lopussa.

Lasketaan siihen mennessä jaettujen apurahojen summa soluun D17.

| | A | B | C | D | E |
|----|-------|--|----------------------|-----------------------|---|
| 1 | Vuosi | Arvo vuoden alussa (milj. mk) | Tuotto (milj. mk) | Apuraha (milj. mk) | Arvo vuoden lopussa (milj. mk) |
| 2 | 1993 | 10 | 1 | 0,5 | 10,5 |
| 3 | 1994 | 10,5 | 1,05 | 0,525 | 11,025 |
| 4 | 1995 | 11,025 | 1,1025 | 0,55125 | 11,57625 |
| 5 | 1996 | 11,57625 | 1,157625 | 0,5788125 | 12,1550625 |
| 6 | 1997 | 12,1550625 | 1,21550625 | 0,607753125 | 12,76281563 |
| 7 | 1998 | 12,76281563 | 1,276281563 | 0,638140781 | 13,40095641 |
| 8 | 1999 | 13,40095641 | 1,340095641 | 0,67004782 | 14,07100423 |
| 9 | 2000 | 14,07100423 | 1,407100423 | 0,703550211 | 14,77455444 |
| 10 | 2001 | 14,77455444 | 1,477455444 | 0,738727722 | 15,51328216 |
| 11 | 2002 | 15,51328216 | 1,551328216 | 0,775664108 | 16,28894627 |
| 12 | 2003 | 16,28894627 | 1,628894627 | 0,814447313 | 17,10339358 |
| 13 | 2004 | 17,10339358 | 1,710339358 | 0,855169679 | 17,95856326 |
| 14 | 2005 | 17,95856326 | 1,795856326 | 0,897928163 | 18,85649142 |
| 15 | 2006 | 18,85649142 | 1,885649142 | 0,942824571 | 19,79931599 |
| 16 | 2007 | 19,79931599 | 1,979931599 | 0,9899658 | 20,78928179 |
| 17 | | | yhteensä | 10,78928179 | |

Apurahoja on jaettu 10,8 miljoonaa markkaa.

Vastaus

vuoden 2007 lopussa, apurahoja jaettu 10,8 miljoonaa markkaa